# Probe-Klausur Integralrechnung

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

Bestimme eine Stammfunktion F. Vergiss die Integrationskonstante C nicht. Kontrolle: F'(x) muss wieder f(x) ergeben.

1) $f(x) = -8x^3 - 6x$ _____

2) $f(x) = 9x^2 + 5$ _____

3) $f(x) = 4x^2 - 7$ _____

4) $f(x) = 4x^2 - x$ _____

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

Berechne die Integrale mit einer Stammfunktion: F(b) – F(a). Gib das Ergebnis exakt (als Bruch) an.

1) $\int_2^4 (-5x^3 - 3)\,dx =$ _____

2) $\int_1^3 (-8x^3)\,dx =$ _____

3) $\int_0^2 (8x^3 + 3x)\,dx =$ _____

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

Berechne den Inhalt der Fläche, die die Graphen von f und g einschließen. Gib das Ergebnis exakt als Bruch an.

1) $f(x) = x^2 + 5x + 5, \quad g(x) = x + 2$ _____

**2)** $f(x) = -x^2 + 5x, \quad g(x) = 4$ _____

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

Bilde die erste Ableitung mit Produkt- und Kettenregel. Vereinfache so weit wie sinnvoll.

**1)** $f(x) = x\sin(x)$

**2)** $f(x) = (x^2 + 1)^4$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 50 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 6 · (6 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 50 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

**1)** Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

**2)** Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

**3)** Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

**4)** Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Integralrechnung

## Aufgabe 1: Stammfunktionen (je 2 P.)

**1)** $F(x) = -2x^4 - 3x^2 + C$

**2)** $F(x) = 3x^3 + 5x + C$

**3)** $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - 7x + C$

**4)** $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$

## Aufgabe 2: Bestimmte Integrale (je 3 P.)

**1)** $\int_2^4 (-5x^3 - 3)\,dx = -306$

**2)** $\int_1^3 (-8x^3)\,dx = -160$

**3)** $\int_0^2 (8x^3 + 3x)\,dx = 38$

## Aufgabe 3: Fläche zwischen Graphen (je 5 P.)

**1)** $A = \frac{4}{3}$

**2)** $A = \frac{9}{2}$

## Aufgabe 4: Ableiten (Wiederholung) (je 3 P.)

**1)** $f'(x) = \sin(x) + x\cos(x)$

**2)** $f'(x) = 8x(x^2 + 1)^3$

## Aufgabe 5: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $V(t) = 50 + \int_0^t 6(6 - s)\,ds = 50 + 36t - 3t^2$

**2)** $r(t) = 0 \Rightarrow t = 6\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

**3)** $V(6) = 50 + 216 - 108 = 158\,\text{m}^3$

**4)** $V(t) = 50 \Rightarrow 36t - 3t^2 = 0 \Rightarrow t = 12\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 41 | ab 39 | ab 37 | ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 28 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |