Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 1) · e^(–x). Es gilt f´(x) = –x · e^(–x) und f´´(x) = (x – 1) · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 2) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-1 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 20 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 50 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,2 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,2 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|6|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $(x+1)\cdot e^{-x}=0 \Rightarrow x=-1$

2) $f'(x)=0 \Rightarrow x=0, \quad f(0)=e^0\approx 1 \Rightarrow H(0\mid 1)$

3) $f''(x)=0 \Rightarrow x=1, \quad f(1)=2e^{-1}\approx 0{,}74 \Rightarrow W(1\mid 0{,}74)$

4) $A=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = F(0)-F(-1) = -2+e^1 \approx 0{,}72$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X)=n\cdot p = 50\cdot 0{,}2 = 10$

2) $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{8}\approx 2{,}83$

3) $P(X\geq 15)\approx 0{,}0607 > 0{,}05, \quad P(X\geq 16)\approx 0{,}0308 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A}=\{16,\ldots,50\}$

4) $\alpha = P(X\geq 16)\approx 0{,}0308$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}96\\64\\96\end{pmatrix}, \quad A=\frac{1}{2}\sqrt{22528}\approx 75{,}05\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha=\frac{96}{\sqrt{22528}} \Rightarrow \alpha\approx 50{,}24^\circ$

3) $\frac{x}{8}+\frac{y}{12}+\frac{z}{8}=1$ mit $x=2,\ y=6 \Rightarrow S(2\mid 6\mid 2)$

4) $d=\frac{|96\cdot 0+64\cdot 0+96\cdot 0-768|}{\sqrt{22528}}\approx 5{,}12\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0