Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x - 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 70 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,7 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,7 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 60\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (52|4|4) + t · (-5|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -2 \Rightarrow S_y(0 \mid -2)$

2) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 24 = 3(x+2)(x-4) = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(4) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 26),\ T(4 \mid -82)$

3) $f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid -28)$

4) $m = f'(1) = -27 \Rightarrow t(x) = -27x - 1$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 100 \cdot 0{,}7 = 70$

2) $P(X \leq 61) \approx 0{,}034 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 62) \approx 0{,}053 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 61\}$

3) $\alpha = P(X \leq 61) \approx 0{,}034$

4) $\beta = P_{p=0{,}6}(X \geq 62) = 1 - P(X \leq 61) \approx 0{,}3822$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6{,}38^\circ$

3) $(0|0|1) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|4)$

4) $d(t)^2 = |(-52| - 4| - 3) + t \cdot (13|1|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3{,}99\,\text{min}$

5) $d(3{,}99) \approx 1\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0