Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn (t = 0) 50 m³ Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt r(t) = 4 · (6 – t) in m³ pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: V(t) = 50 + ?0t r(s) ds. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____

3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____

4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 50 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $V(t) = 50 + \int_0^t 4(6 - s)\,ds = 50 + 24t - 2t^2$

2) $r(t) = 0 \Rightarrow t = 6\,\text{h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach –)

3) $V(6) = 50 + 144 - 72 = 122\,\text{m}^3$

4) $V(t) = 50 \Rightarrow 24t - 2t^2 = 0 \Rightarrow t = 12\,\text{h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}05 = 2{,}5$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{2{,}38} \approx 1{,}54$

3) $P(X \geq 5) \approx 0{,}1036 > 0{,}05, \quad P(X \geq 6) \approx 0{,}0378 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{6, \ldots, 50\}$

4) $\alpha = P(X \geq 6) \approx 0{,}0378$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34{,}87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}51^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 3,\ y = 2 \Rightarrow S(3 \mid 2 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2{,}75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0