Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = 2\cdot(x^3 - 3a\cdot x^2) - 1$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \ldots$ nach a um und setzt in y_T ein.

1) x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

2) y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

3) Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

4) Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -217$? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 40 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 30 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 10 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f_a'(x) = 6x^2 - 12ax = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$

2) $f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) - 1 = -8a^3 - 1$

3) $x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 1 = -x^3 - 1$

4) $-8a^3 - 1 = -217 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$

2) $0{,}12 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}18$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}12}{0{,}18} \approx 0{,}667$

4) $0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}4 \cdot 0{,}18 = 0{,}072 \neq 0{,}12 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 96 \\ 144 \\ 96 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{39168} \approx 98{,}95\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{96}{\sqrt{39168}} \Rightarrow \alpha \approx 60{,}98^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{8} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 6,\ y = 2 \Rightarrow S(6 \mid 2 \mid 3)$

4) $d = \frac{|96 \cdot 0 + 144 \cdot 0 + 96 \cdot 0 - 1152|}{\sqrt{39168}} \approx 5{,}82\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0