Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 737,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 737,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 737,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (35|2|9) + t · (-8|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 70 \cdot e^{0} = 90\,^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0,8} \approx 51,45\,^{\circ}\text{C}$

3) $70 \cdot e^{-0,08t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(70/25)}{0,08} \approx 12,87\,\text{min}$

4) $T'(t) = -5,6 \cdot e^{-0,08t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,52\,\dfrac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 737,5) = \Phi\left(\dfrac{737,5-750}{5}\right) = \Phi(-2,5) \approx 0,006$

2) $P(742,5 \le X \le 757,5) = 2\,\Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$

3) $2000 \cdot 0,0062 \approx 12$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\dfrac{c-750}{5}\right) = 0,95 \;\Rightarrow\; \dfrac{c-750}{5} \approx 1,645 \;\Rightarrow\; c \approx 758,2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\dfrac{-12,5}{\sigma}\right) = 0,01 \;\Rightarrow\; \dfrac{12,5}{\sigma} \approx 2,326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 5,37\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\dfrac{\text{km}}{\text{min}} \;\Rightarrow\; 780\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \dfrac{3}{13} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 13,34^{\circ}$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|17)$

4) $d(t)^2 = |(-35| - 2| - 7) + t \cdot (20| - 3|3)|^2$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 1,71\,\text{min}$

5) $d(1,71) \approx 7,41\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0