

Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Punkte: _____ von 30

Note: _____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = 2 \cdot (x^3 - 3a \cdot x^2) - 1$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \dots$ nach a um und setzt in y_T ein.

1) x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

2) y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

3) Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

4) Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -9$? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 60 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird $H_0: p \geq 0,6$ auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H_0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit $p = 0,6$ und suche das größte k mit $P(X \leq k) \leq 0,05$. Beim Fehler 2. Art behält man H_0 , obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X , wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 50\,% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten $A(8|0|0)$, $B(0|8|0)$ und $C(0|0|4)$ befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2 , 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(4|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

$$1) \quad f_a'(x) = 6x^2 - 12ax = 6x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 12a > 0 \Rightarrow x_T = 2a$$

$$2) \quad f_a(2a) = 2(8a^3 - 12a^3) - 1 = -8a^3 - 1$$

$$3) \quad x = 2a \Rightarrow a = \frac{x}{2} \Rightarrow y = -8\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 1 = -x^3 - 1$$

$$4) \quad -8a^3 - 1 = -9 \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1$$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

$$1) \quad E(X) = 50 \cdot 0,6 = 30$$

$$2) \quad P(X \leq 23) \approx 0,0314 \leq 0,05, \quad P(X \leq 24) \approx 0,0573 > 0,05 \Rightarrow \bar{A} = \{0, \dots, 23\}$$

$$3) \quad \alpha = P(X \leq 23) \approx 0,0314$$

$$4) \quad \beta = P_{p=0,5}(X \geq 24) = 1 - P(X \leq 23) \approx 0,6641$$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

$$1) \quad \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 64 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2} \sqrt{6144} \approx 39,19 \text{ m}^2$$

$$2) \quad \cos \alpha = \frac{64}{\sqrt{6144}} \Rightarrow \alpha \approx 35,26^\circ$$

$$3) \quad \frac{x}{8} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1 \text{ mit } x = 4, y = 2 \Rightarrow S(4 \mid 2 \mid 1)$$

$$4) \quad d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3,27 \text{ m}$$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0