Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 6 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 6 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,2 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 8-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 8 und p = 0,2. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|4|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 6 \cdot e^{-0{,}25} \approx 4{,}67 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0{,}25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 24 \cdot e^{-1} \approx 8{,}83 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 6 \cdot e^{-0{,}25t} \cdot (0{,}0625t - 0{,}5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{8}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^6 \approx 0{,}2936$

2) $E(X) = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}2 = 1{,}6$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}8^8 \approx 0{,}8322$

4) $1 - 0{,}8^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}8} \approx 10{,}319 \Rightarrow m = 11$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 16 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 48{,}19^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 1,\ y = 4 \Rightarrow S(1 \mid 4 \mid 1)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 16 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0