Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 8 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 738 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 8 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 738 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 738 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $(x+2)\cdot e^{-x}=0 \Rightarrow x=-2$

2) $f'(x)=0 \Rightarrow x=-1, \quad f(-1)=e^{1}\approx 2{,}72 \Rightarrow H(-1\mid 2{,}72)$

3) $f''(x)=0 \Rightarrow x=0, \quad f(0)=2e^{0}\approx 2 \Rightarrow W(0\mid 2)$

4) $A=\int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0)-F(-2) = -3+e^{2}\approx 4{,}39$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X<738)=\Phi\left(\frac{738-750}{8}\right)=\Phi(-1{,}5)\approx 0{,}067$

2) $P(742\le X\le 758)=2\,\Phi(1)-1\approx 0{,}683$

3) $5000\cdot 0{,}0668\approx 334$

4) $P(X\ge c)=0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{8}\right)=0{,}95 \Rightarrow \frac{c-750}{8}\approx 1{,}645 \Rightarrow c\approx 763{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-12}{\sigma}\right)=0{,}01 \Rightarrow \frac{12}{\sigma}\approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma\approx 5{,}16\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}48\\48\\16\end{pmatrix}, \quad A=\frac{1}{2}\sqrt{4864}\approx 34{,}87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha=\frac{16}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha\approx 76{,}74^\circ$

3) $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{12}=1 \text{ mit } x=2,\ y=1 \Rightarrow S(2\mid 1\mid 3)$

4) $d=\frac{|48\cdot 0+48\cdot 0+16\cdot 0-192|}{\sqrt{4864}}\approx 2{,}75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0