Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein Patient nimmt eine Tablette. Die Konzentration des Wirkstoffs im Blut (in mg pro Liter) beschreibt f(t) = 4 · t · e^(–0,25t), t in Stunden nach der Einnahme. Die Ableitung ist f´(t) = 4 · e^(–0,25t) · (1 – 0,25t). Tipp: Wo die Konzentration am stärksten abnimmt, hat der Graph seinen Wendepunkt (f´´(t) = 0).

1) Konzentration nach 1 Stunde (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden ist die Konzentration am größten? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die höchste Konzentration? (auf 2 Stellen runden) (2 P.) _____

4) Wann nimmt die Konzentration am stärksten ab? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 50 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (42|3|4) + t · (-6|2|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(1) = 4 \cdot e^{-0,25} \approx 3,12 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

2) $f'(t) = 0 \Rightarrow 1 - 0,25t = 0 \Rightarrow t = 4\,\text{h}$

3) $f(4) = 16 \cdot e^{-1} \approx 5,89 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$

4) $f'(t) = 4 \cdot e^{-0,25t} \cdot (0,0625t - 0,5) = 0 \Rightarrow t = 8\,\text{h}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0,05 = 2,5$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{2,38} \approx 1,54$

3) $P(X \geq 5) \approx 0,1036 > 0,05, \quad P(X \geq 6) \approx 0,0378 \leq 0,05 \Rightarrow \overline{A} = \{6, \ldots, 50\}$

4) $\alpha = P(X \geq 6) \approx 0,0378$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13 \frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13,34^\circ$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (12|4|3) = (36|12|12)$

4) $d(t)^2 = |(-42| - 3| - 1) + t \cdot (18|2|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2,27\,\text{min}$

5) $d(2,27) \approx 6,12\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0