Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 200 · e^(0,3t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 5 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 5 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (56|7|5) + t · (-9|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $N(5) = 200 \cdot e^{1,5} \approx 896$

2) $200 \cdot e^{0,3t} = 400 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,3} \approx 2,31\,\text{h}$

3) $e^{0,3t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0,3} \approx 7,68\,\text{h}$

4) $N'(t) = 60 \cdot e^{0,3t} \Rightarrow N'(5) \approx 269$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0,05 = 5$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{4,75} \approx 2,18$

3) $P(X \geq 9) \approx 0,0631 > 0,05, \quad P(X \geq 10) \approx 0,0282 \leq 0,05 \Rightarrow \overline{A} = \{10, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 10) \approx 0,0282$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6,38^\circ$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (8|4|1) = (40|20|7)$

4) $d(t)^2 = |(-56| - 7| - 3) + t \cdot (17|0|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3,29\,\text{min}$

5) $d(3,29) \approx 7,01\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0