Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 60 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 60 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 2 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 99 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 95 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne $P(\text{positiv})$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (52|9|9) + t · (-6|3|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 60 \cdot e^{0} = 80\,^{\circ}\mathrm{C}$

2) $T(10) = 20 + 60 \cdot e^{-0,8} \approx 46,96\,^{\circ}\mathrm{C}$

3) $60 \cdot e^{-0,08t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(60/25)}{0,08} \approx 10,94\,\mathrm{min}$

4) $T'(t) = -4,8 \cdot e^{-0,08t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,16\,\dfrac{^{\circ}\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $0,02 \cdot 0,99 + 0,98 \cdot 0,05 \approx 0,0688$

2) $P_{\mathrm{pos}}(\mathrm{krank}) = \dfrac{0,02 \cdot 0,99}{0,0688} \approx 0,288$

3) $P_{\mathrm{neg}}(\mathrm{gesund}) = \dfrac{0,98 \cdot 0,95}{0,9312} \approx 0,9998$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{min}} \;\Rightarrow\; 780\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

2) $\sin\alpha = \dfrac{3}{13} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 13,34^{\circ}$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (12|4|3) = (60|20|17)$

4) $d(t)^2 = |(-52| - 9| - 7) + t \cdot (18|1|3)|^2$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 2,89\,\mathrm{min}$

5) $d(2,89) \approx 6,33\,\mathrm{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0