Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 200 · e^(0,2t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 737,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 737,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 737,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $N(4) = 200 \cdot e^{0{,}8} \approx 445$

2) $200 \cdot e^{0{,}2t} = 400 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 2}{0{,}2} \approx 3{,}47\,\text{h}$

3) $e^{0{,}2t} = 10 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 10}{0{,}2} \approx 11{,}51\,\text{h}$

4) $N'(t) = 40 \cdot e^{0{,}2t} \Rightarrow N'(4) \approx 89$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 737{,}5) = \Phi\left(\dfrac{737{,}5 - 750}{5}\right) = \Phi(-2{,}5) \approx 0{,}006$

2) $P(742{,}5 \le X \le 757{,}5) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $1000 \cdot 0{,}0062 \approx 6$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\dfrac{c - 750}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \dfrac{c - 750}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 758{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\dfrac{-12{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \dfrac{12{,}5}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 5{,}37\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 96 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \dfrac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \dfrac{48}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha \approx 64{,}62^\circ$

3) $\dfrac{x}{12} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{8} = 1$ mit $x = 3,\ y = 2 \Rightarrow S(3 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \dfrac{|32 \cdot 0 + 96 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0