Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,05t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 987,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 987,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 987,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 70 \cdot e^{0} = 90\,^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0,5} \approx 62,46\,^{\circ}\text{C}$

3) $70 \cdot e^{-0,05t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(70/25)}{0,05} \approx 20,59\,\text{min}$

4) $T'(t) = -3,5 \cdot e^{-0,05t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,12\,\dfrac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 987,5) = \Phi\left(\dfrac{987,5-1000}{5}\right) = \Phi(-2,5) \approx 0,006$

2) $P(995 \le X \le 1005) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0,683$

3) $5000 \cdot 0,0062 \approx 31$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\dfrac{c-1000}{5}\right) = 0,95 \;\Rightarrow\; \dfrac{c-1000}{5} \approx 1,645 \;\Rightarrow\; c \approx 1008,2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\dfrac{-12,5}{\sigma}\right) = 0,01 \;\Rightarrow\; \dfrac{12,5}{\sigma} \approx 2,326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 5,37\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 64 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad A = \dfrac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39,19\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \dfrac{32}{\sqrt{6144}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 65,91^{\circ}$

3) $\dfrac{x}{8} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 2 \;\Rightarrow\; S(2 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \dfrac{|32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3,27\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0