Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,25t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 6 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 6 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 990 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 990 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 990 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (53|-3|5) + t · (-7|6|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $N(6) = 1000 \cdot e^{1,5} \approx 4482$

2) $1000 \cdot e^{0,25t} = 2000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,25} \approx 2,77\,\text{h}$

3) $e^{0,25t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0,25} \approx 9,21\,\text{h}$

4) $N'(t) = 250 \cdot e^{0,25t} \Rightarrow N'(6) \approx 1120$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 990) = \Phi\left(\frac{990-1000}{5}\right) = \Phi(-2) \approx 0,023$

2) $P(992,5 \le X \le 1007,5) = 2\,\Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$

3) $1000 \cdot 0,0228 \approx 23$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-1000}{5}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{c-1000}{5} \approx 1,645 \Rightarrow c \approx 1008,2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0,01 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} \approx 2,326 \Rightarrow \sigma \approx 4,3\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6,38^\circ$

3) $(0|0|2) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|5)$

4) $d(t)^2 = |(-53|3| - 3) + t \cdot (15| - 2|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3,5\,\text{min}$

5) $d(3,5) \approx 4,06\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0