Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,04t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|3). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 70 \cdot e^{0} = 90^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0,4} \approx 66,92^{\circ}\text{C}$

3) $70 \cdot e^{-0,04t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(70/25)}{0,04} \approx 25,74\,\text{min}$

4) $T'(t) = -2,8 \cdot e^{-0,04t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -1,88\,\dfrac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0,5 = 25$

2) $P(X \le 18) \approx 0,0325 \le 0,05, \quad P(X \le 19) \approx 0,0595 > 0,05 \;\Rightarrow\; \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \le 18) \approx 0,0325$

4) $\beta = P_{p=0,4}(X \ge 19) = 1 - P(X \le 18) \approx 0,6644$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,2\,\text{m}$

2) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3 = 36\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{27}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 35,26^{\circ}$

4) $M\left(\dfrac{6+3}{2} \mid \dfrac{0+3}{2} \mid \dfrac{0+3}{2}\right) = M(4,5 \mid 1,5 \mid 1,5)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0