Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist f(x) = (x + 2) · e^(–x). Es gilt f´(x) = (–x – 1) · e^(–x) und f´´(x) = x · e^(–x). Eine Stammfunktion ist F(x) = –(x + 3) · e^(–x). Tipp: e^(–x) ist nie 0 – eine Gleichung wie (…) · e^(–x) = 0 löst Du, indem Du nur die Klammer gleich 0 setzt.

1) Nullstelle von f (1 P.) _____

2) Hochpunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

3) Wendepunkt (y-Wert auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Fläche zwischen G und der x-Achse für $-2 \le x \le 0$ (2 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 50 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(3|4|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $(x+2)\cdot e^{-x}=0 \Rightarrow x=-2$

2) $f'(x)=0 \Rightarrow x=-1, \quad f(-1)=e^{1}\approx 2{,}72 \Rightarrow H(-1\mid 2{,}72)$

3) $f''(x)=0 \Rightarrow x=0, \quad f(0)=2e^{0}\approx 2 \Rightarrow W(0\mid 2)$

4) $A=\int_{-2}^{0} f(x)\,dx = F(0)-F(-2) = -3+e^{2}\approx 4{,}39$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X)=n\cdot p = 50\cdot 0{,}05 = 2{,}5$

2) $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{2{,}38}\approx 1{,}54$

3) $P(X\geq 5)\approx 0{,}1036 > 0{,}05, \quad P(X\geq 6)\approx 0{,}0378 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A}=\{6,\ldots,50\}$

4) $\alpha = P(X\geq 6)\approx 0{,}0378$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}32\\48\\96\end{pmatrix}, \quad A=\frac{1}{2}\sqrt{12544}\approx 56\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha=\frac{96}{\sqrt{12544}} \Rightarrow \alpha\approx 31^{\circ}$

3) $\frac{x}{12}+\frac{y}{8}+\frac{z}{4}=1$ mit $x=3,\ y=4 \Rightarrow S(3\mid 4\mid 1)$

4) $d=\frac{|32\cdot 0+48\cdot 0+96\cdot 0-384|}{\sqrt{12544}}\approx 3{,}43\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0