

Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Punkte: _____ von 30

Note: _____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einem Speicher sind zu Beginn ($t = 0$) 50 m^3 Wasser. Die Änderungsrate des Wasservolumens beträgt $r(t) = 6 \cdot (5 - t)$ in m^3 pro Stunde (t in Stunden). Positive Werte bedeuten Zufluss, negative Abfluss. Tipp: Das Volumen ist der Anfangsbestand plus die Integralfunktion der Rate: $V(t) = 50 + \int_0^t r(s) \, ds$. Am meisten Wasser ist im Speicher, wenn die Rate von positiv zu negativ wechselt.

- 1) Gib das Volumen $V(t)$ als Term an. (3 P.) _____
- 2) Zu welchem Zeitpunkt ist am meisten Wasser im Speicher? (2 P.) _____
- 3) Wie viel Wasser ist dann im Speicher? (3 P.) _____
- 4) Wann ist wieder so viel Wasser im Speicher wie am Anfang? (2 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 95 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 90 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

- 1) Berechne $P(\text{positiv})$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____
- 2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

- 3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F_1 nach t Minuten ist $(0|0|3) + t \cdot (8|4|1)$, die von Flugzeug F_2 ist $(53|-6|6) + t \cdot (-8|4|0)$. Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand $d(t)$ der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

- 1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____
- 2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____
- 3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____
- 4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____
- 5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

- 1) $V(t) = 50 + \int_0^t 6(5 - s) ds = 50 + 30t - 3t^2$
- 2) $r(t) = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ h}$ (Vorzeichenwechsel von + nach -)
- 3) $V(5) = 50 + 150 - 75 = 125 \text{ m}^3$
- 4) $V(t) = 50 \Rightarrow 30t - 3t^2 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ h}$ ($t = 0$ ist der Anfang)

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

- 1) $0,01 \cdot 0,95 + 0,99 \cdot 0,1 \approx 0,1085$
- 2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \frac{0,01 \cdot 0,95}{0,1085} \approx 0,088$
- 3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \frac{0,99 \cdot 0,9}{0,8915} \approx 0,9994$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

- 1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9 \frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 540 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- 2) $\sin \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \alpha \approx 6,38^\circ$
- 3) $(0|0|3) + 5 \cdot (8|4|1) = (40|20|8)$
- 4) $d(t)^2 = |(-53|6| - 3) + t \cdot (16|0|1)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 3,31 \text{ min}$
- 5) $d(3,31) \approx 6,01 \text{ km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0