Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^3 - 3a \cdot x^2 - 1$ mit $a > 0$. Tipp: Der Parameter a ist eine feste Zahl, die Du nur nicht kennst – leite ab wie gewohnt. Für die Ortskurve stellst Du $x_T = \ldots$ nach a um und setzt in y_T ein.

1) x-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

2) y-Koordinate des Tiefpunkts (Term mit a) (2 P.) _____

3) Gleichung der Ortskurve aller Tiefpunkte (3 P.) _____

4) Für welches a liegt der Tiefpunkt auf der Höhe $y = -109$? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 740 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 740 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 740 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|1) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (43|2|4) + t · (-5|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 2 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f_a'(x) = 3x^2 - 6a\,x = 3x(x - 2a) = 0, \quad f_a''(2a) = 6a > 0 \;\Rightarrow\; x_T = 2a$

2) $f_a(2a) = 8a^3 - 12a^3 - 1 = -4a^3 - 1$

3) $x = 2a \;\Rightarrow\; a = \frac{x}{2} \;\Rightarrow\; y = -4\left(\frac{x}{2}\right)^3 - 1 = -\frac{1}{2}x^3 - 1$

4) $-4a^3 - 1 = -109 \;\Rightarrow\; a^3 = 27 \;\Rightarrow\; a = 3$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 740) = \Phi\left(\frac{740 - 750}{5}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(745 \le X \le 755) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

3) $5000 \cdot 0{,}0228 \approx 114$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\frac{c - 750}{5}\right) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; \frac{c - 750}{5} \approx 1{,}645 \;\Rightarrow\; c \approx 758{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0{,}01 \;\Rightarrow\; \frac{10}{\sigma} \approx 2{,}326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 4{,}3\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \;\Rightarrow\; 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|1) + 2 \cdot (12|4|3) = (24|8|7)$

4) $d(t)^2 = |(-43| - 2| - 3) + t \cdot (17|0|3)|^2$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 2{,}48\,\text{min}$

5) $d(2{,}48) \approx 4{,}94\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0