Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 500 · e^(0,25t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 5 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 5 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $N(5) = 500 \cdot e^{1{,}25} \approx 1745$

2) $500 \cdot e^{0{,}25t} = 1000 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 2}{0{,}25} \approx 2{,}77\,\text{h}$

3) $e^{0{,}25t} = 10 \Rightarrow t = \dfrac{\ln 10}{0{,}25} \approx 9{,}21\,\text{h}$

4) $N'(t) = 125 \cdot e^{0{,}25t} \Rightarrow N'(5) \approx 436$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}05 = 5$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{4{,}75} \approx 2{,}18$

3) $P(X \geq 9) \approx 0{,}0631 > 0{,}05, \quad P(X \geq 10) \approx 0{,}0282 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{10, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 10) \approx 0{,}0282$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 144 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \dfrac{1}{2}\sqrt{25344} \approx 79{,}6\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \dfrac{48}{\sqrt{25344}} \Rightarrow \alpha \approx 72{,}45^\circ$

3) $\dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{12} + \dfrac{z}{12} = 1$ mit $x = 1,\ y = 3 \Rightarrow S(1 \mid 3 \mid 6)$

4) $d = \dfrac{|144 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 576|}{\sqrt{25344}} \approx 3{,}62\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0