Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 2 · t · (6 – t) für 0 <= t <= 6 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 1 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 6 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 494 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 494 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 494 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|6). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $r(1) = 10\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 2 \cdot (6 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 3\,\text{min}$

3) $r(3) = 18\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^6 r(t)\,dt = 2 \cdot \left[6\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^6 = 72\,\text{l}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 494) = \Phi\left(\frac{494-500}{4}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

2) $P(494 \le X \le 506) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $5000 \cdot 0{,}0668 \approx 334$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\frac{c-500}{4}\right) = 0{,}95 \;\Rightarrow\; \frac{c-500}{4} \approx 1{,}645 \;\Rightarrow\; c \approx 506{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-6}{\sigma}\right) = 0{,}01 \;\Rightarrow\; \frac{6}{\sigma} \approx 2{,}326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 2{,}58\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{54} \approx 7{,}35\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{6}{\sqrt{54}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 54{,}74^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+6}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 3)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0