Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,05t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate *T*'(10) in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 737,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 737,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 737,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 70 \cdot e^{0} = 90\,^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0,5} \approx 62,46\,^{\circ}\text{C}$

3) $70 \cdot e^{-0,05t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(70/25)}{0,05} \approx 20,59\,\text{min}$

4) $T'(t) = -3,5 \cdot e^{-0,05t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,12\,\dfrac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 737,5) = \Phi\left(\dfrac{737,5-750}{5}\right) = \Phi(-2,5) \approx 0,006$

2) $P(742,5 \le X \le 757,5) = 2\,\Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$

3) $1000 \cdot 0,0062 \approx 6$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\dfrac{c-750}{5}\right) = 0,95 \;\Rightarrow\; \dfrac{c-750}{5} \approx 1,645 \;\Rightarrow\; c \approx 758,2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\dfrac{-12,5}{\sigma}\right) = 0,01 \;\Rightarrow\; \dfrac{12,5}{\sigma} \approx 2,326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 5,37\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34} \approx 5,83\,\text{m}$

2) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \dfrac{4}{\sqrt{34}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 43,31^{\circ}$

4) $M\left(\dfrac{6+3}{2} \mid \dfrac{0+3}{2} \mid \dfrac{0+4}{2}\right) = M(4,5 \mid 1,5 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0