Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 0,5 · t · (12 – t) für 0 <= t <= 12 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 3 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 12 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,25. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 2)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (33|10|5) + t · (-8|2|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 5 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $r(3) = 13{,}5\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 0{,}5 \cdot (12 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 6\,\text{min}$

3) $r(6) = 18\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{12} r(t)\,dt = 0{,}5 \cdot \left[12\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{12} = 144\,\text{l}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^8 \approx 0{,}2816$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}25 = 2{,}5$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}75^{10} \approx 0{,}9437$

4) $1 - 0{,}75^m \geq 0{,}9 \;\Rightarrow\; m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}75} \approx 8{,}004 \;\Rightarrow\; m = 9$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \;\Rightarrow\; 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|2) + 5 \cdot (9|6|2) = (45|30|12)$

4) $d(t)^2 = |(-33| - 10| - 3) + t \cdot (17|4|2)|^2$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 1{,}96\,\text{min}$

5) $d(1{,}96) \approx 2{,}37\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0