Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,4 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 5-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = 0{,}4$. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 2 \Rightarrow S_y(0 \mid 2)$

2) $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 = -3(x-1)(x-3) = 0, \quad f''(3) < 0,\ f''(1) > 0 \Rightarrow H(3 \mid 2),\ T(1 \mid -2)$

3) $f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow W(2 \mid 0)$

4) $m = f'(2) = 3 \Rightarrow t(x) = 3x - 6$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0{,}4^1 \cdot 0{,}6^4 \approx 0{,}2592$

2) $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0{,}4 = 2$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}6^5 \approx 0{,}9222$

4) $1 - 0{,}6^m \geq 0{,}9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}6} \approx 4{,}508 \Rightarrow m = 5$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 64 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39{,}19\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{6144}} \Rightarrow \alpha \approx 65{,}91^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$ mit $x = 2,\ y = 2 \Rightarrow S(2 \mid 2 \mid 2)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3{,}27\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0