Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 75 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 75 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,2 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 5-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 5 und p = 0,2. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 1)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (55|7|5) + t · (-7|7|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 75 \cdot e^{0} = 95\,^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 75 \cdot e^{-0,8} \approx 53,7\,^{\circ}\text{C}$

3) $75 \cdot e^{-0,08t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(75/25)}{0,08} \approx 13,73\,\text{min}$

4) $T'(t) = -6 \cdot e^{-0,08t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,7\,\dfrac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,2^{1} \cdot 0,8^{4} \approx 0,4096$

2) $E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0,2 = 1$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,8^{5} \approx 0,6723$

4) $1 - 0,8^{m} \geq 0,9 \;\Rightarrow\; m \geq \dfrac{\ln 0,1}{\ln 0,8} \approx 10,319 \;\Rightarrow\; m = 11$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\dfrac{\text{km}}{\text{min}} \;\Rightarrow\; 660\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \dfrac{2}{11} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 10,48^{\circ}$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (9|6|2) = (27|18|9)$

4) $d(t)^{2} = |(-55| - 7| - 2) + t \cdot (16| - 1|2)|^{2}$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 3,36\,\text{min}$

5) $d(3,36) \approx 11,45\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0