Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

In einer Stadt fahren 60 % der Berufstätigen mit dem Rad zur Arbeit (Ereignis R). Von den Radfahrern nutzen 20 % ein E-Bike (Ereignis E). Von denen, die nicht mit dem Rad fahren, besitzen trotzdem 15 % ein E-Bike. Eine berufstätige Person wird zufällig ausgewählt. Tipp: Trage alles in eine Vierfeldertafel ein. Die Zeilen- und Spaltensummen helfen bei P(E).

1) $P(R \cap E)$ (2 P.) _____

2) $P(E)$ (2 P.) _____

3) Die Person hat ein E-Bike. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fährt sie mit dem Rad zur Arbeit? (3 Stellen) (3 P.) _____

4) $P(\overline{R} \cap \overline{E})$ (1 P.) _____

5) Sind R und E stochastisch unabhängig? (ja/nein) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (9|6|2), die von Flugzeug F2 ist (44|3|9) + t · (-9|5|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 1 \Rightarrow S_y(0 \mid 1)$

2) $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3(x + 2)x = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(0) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 5),\ T(0 \mid 1)$

3) $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid 3)$

4) $m = f'(-1) = -3 \Rightarrow t(x) = -3x$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12$

2) $0{,}12 + 0{,}4 \cdot 0{,}15 = 0{,}18$

3) $P_E(R) = \frac{P(R \cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}12}{0{,}18} \approx 0{,}667$

4) $0{,}4 \cdot 0{,}85 = 0{,}34$

5) $P(R) \cdot P(E) = 0{,}6 \cdot 0{,}18 = 0{,}108 \neq 0{,}12 = P(R \cap E) \Rightarrow$ nein

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{81 + 36 + 4} = 11\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 660\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{2}{11} \Rightarrow \alpha \approx 10{,}48^\circ$

3) $(0|0|2) + 3 \cdot (9|6|2) = (27|18|8)$

4) $d(t)^2 = |(-44| - 3| - 7) + t \cdot (18|1|2)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}46\,\text{min}$

5) $d(2{,}46) \approx 2{,}17\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0