Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In ein leeres Becken läuft Wasser. Die Zuflussrate in Litern pro Minute beträgt r(t) = 2 · t · (10 – t) für 0 <= t <= 10 (t in Minuten). Danach wird der Zufluss geschlossen. Tipp: Die Zuflussrate sagt, wie schnell Wasser kommt. Wie viel Wasser insgesamt gekommen ist, liefert das Integral.

1) Wie groß ist die Zuflussrate nach 4 Minuten? (2 P.) _____

2) Zu welchem Zeitpunkt fließt am meisten Wasser zu? (3 P.) _____

3) Wie groß ist die größte Zuflussrate? (2 P.) _____

4) Wie viele Liter sind nach 10 Minuten im Becken? (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,2 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,2. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

1) Berechne $P(X = 3)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0{,}9$ gilt? (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|4|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $r(4) = 48\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

2) $r'(t) = 2 \cdot (10 - 2t) = 0 \;\Rightarrow\; t = 5\,\text{min}$

3) $r(5) = 50\,\frac{\text{l}}{\text{min}}$

4) $\int_0^{10} r(t)\,dt = 2 \cdot \left[10\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3}\right]_0^{10} = 333{,}33\,\text{l}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^7 \approx 0{,}2013$

2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0{,}2 = 2$

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}8^{10} \approx 0{,}8926$

4) $1 - 0{,}8^m \geq 0{,}9 \;\Rightarrow\; m \geq \frac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}8} \approx 10{,}319 \;\Rightarrow\; m = 11$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 64 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39{,}19\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{64}{\sqrt{6144}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 35{,}26^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 2,\ y = 4 \;\Rightarrow\; S(2 \mid 4 \mid 1)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3{,}27\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0