Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 70 · e^(–0,05t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 70 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|2) + t · (8|4|1), die von Flugzeug F2 ist (49|-3|8) + t · (-8|4|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 70 \cdot e^{0} = 90\,^{\circ}\text{C}$

2) $T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-0,5} \approx 62,46\,^{\circ}\text{C}$

3) $70 \cdot e^{-0,05t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \frac{\ln(70/25)}{0,05} \approx 20,59\,\text{min}$

4) $T'(t) = -3,5 \cdot e^{-0,05t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,12\,\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = 100 \cdot 0,5 = 50$

2) $P(X \le 41) \approx 0,0443 \le 0,05, \quad P(X \le 42) \approx 0,0666 > 0,05 \;\Rightarrow\; \overline{A} = \{0, \ldots, 41\}$

3) $\alpha = P(X \le 41) \approx 0,0443$

4) $\beta = P_{p=0,4}(X \ge 42) = 1 - P(X \le 41) \approx 0,3775$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{64 + 16 + 1} = 9\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \;\Rightarrow\; 540\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{1}{9} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 6,38^{\circ}$

3) $(0|0|2) + 3 \cdot (8|4|1) = (24|12|5)$

4) $d(t)^2 = |(-49|3| - 6) + t \cdot (16|0|1)|^2$ minimal $\;\Rightarrow\; t = 3,07\,\text{min}$

5) $d(3,07) \approx 4,19\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0