Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

In einer Nährlösung vermehren sich Bakterien. Die Anzahl der Bakterien nach t Stunden beschreibt N(t) = 1000 · e^(0,3t). Tipp: Wenn die Unbekannte im Exponenten steht, hilft der natürliche Logarithmus ln – er macht e^(…) rückgängig. Die Ableitung N´(t) gibt an, wie viele Bakterien pro Stunde gerade dazukommen.

1) Wie viele Bakterien sind es nach 4 Stunden? (ganze Zahl) (2 P.) _____

2) Nach wie vielen Stunden hat sich die Anzahl verdoppelt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Wann sind es zehnmal so viele Bakterien wie am Anfang? (2 Stellen) (2 P.) _____

4) Wie schnell wächst die Kultur nach 4 Stunden? (Bakterien pro Stunde, ganze Zahl) (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 737,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 737,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 737,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(4|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(1|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $N(4) = 1000 \cdot e^{1,2} \approx 3320$

2) $1000 \cdot e^{0,3t} = 2000 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,3} \approx 2,31\,\text{h}$

3) $e^{0,3t} = 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{0,3} \approx 7,68\,\text{h}$

4) $N'(t) = 300 \cdot e^{0,3t} \Rightarrow N'(4) \approx 996$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 737,5) = \Phi\left(\frac{737,5-750}{5}\right) = \Phi(-2,5) \approx 0,006$

2) $P(742,5 \le X \le 757,5) = 2\,\Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$

3) $1000 \cdot 0,0062 \approx 6$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{5}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{c-750}{5} \approx 1,645 \Rightarrow c \approx 758,2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-12,5}{\sigma}\right) = 0,01 \Rightarrow \frac{12,5}{\sigma} \approx 2,326 \Rightarrow \sigma \approx 5,37\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 48 \\ 16 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34,87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46,51^\circ$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{12} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 1,\ y = 3 \Rightarrow S(1 \mid 3 \mid 2)$

4) $d = \frac{|48 \cdot 0 + 16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2,75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0