Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 60 · e^(–0,04t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 60 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Krankheit haben 1 % der Menschen. Ein Schnelltest zeigt bei Kranken mit 98 % Wahrscheinlichkeit „positiv“. Bei Gesunden zeigt er mit 97 % Wahrscheinlichkeit richtig „negativ“. Eine zufällig ausgewählte Person wird getestet. Tipp: Zeichne ein Baumdiagramm (erst krank/gesund, dann positiv/negativ) und rechne mit Dezimalzahlen.

1) Berechne $P(\text{positiv})$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

2) Der Test ist positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person krank? (3 Stellen) (4 P.) _____

3) Der Test ist negativ. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person gesund? (4 Stellen) (3 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|8) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 60 \cdot e^{0} = 80\,^{\circ}\mathrm{C}$

2) $T(10) = 20 + 60 \cdot e^{-0,4} \approx 60,22\,^{\circ}\mathrm{C}$

3) $60 \cdot e^{-0,04t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(60/25)}{0,04} \approx 21,89\,\mathrm{min}$

4) $T'(t) = -2,4 \cdot e^{-0,04t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -1,61\,\dfrac{^{\circ}\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,03 \approx 0,0395$

2) $P_{\text{pos}}(\text{krank}) = \dfrac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} \approx 0,248$

3) $P_{\text{neg}}(\text{gesund}) = \dfrac{0,99 \cdot 0,97}{0,9605} \approx 0,9998$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 96 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \dfrac{1}{2}\sqrt{12544} \approx 56\,\mathrm{m}^2$

2) $\cos\alpha = \dfrac{48}{\sqrt{12544}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 64,62^{\circ}$

3) $\dfrac{x}{12} + \dfrac{y}{4} + \dfrac{z}{8} = 1 \text{ mit } x = 6,\ y = 1 \;\Rightarrow\; S(6 \mid 1 \mid 2)$

4) $d = \dfrac{|32 \cdot 0 + 96 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 384|}{\sqrt{12544}} \approx 3,43\,\mathrm{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0