Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 740 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 4 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 740 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 740 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(2|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = -1 \Rightarrow S_y(0 \mid -1)$

2) $f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = -3(x+1)(x-3) = 0, \quad f''(3) < 0,\ f''(-1) > 0 \Rightarrow H(3 \mid 26),\ T(-1 \mid -6)$

3) $f''(x) = -6x + 6 = 0 \Rightarrow W(1 \mid 10)$

4) $m = f'(1) = 12 \Rightarrow t(x) = 12x - 2$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 740) = \Phi\left(\frac{740-750}{4}\right) = \Phi(-2{,}5) \approx 0{,}006$

2) $P(746 \le X \le 754) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

3) $1000 \cdot 0{,}0062 \approx 6$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-750}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 756{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 4{,}3\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 32 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{2304} \approx 24\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{32}{\sqrt{2304}} \Rightarrow \alpha \approx 48{,}19^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \text{ mit } x = 2,\ y = 1 \Rightarrow S(2 \mid 1 \mid 2)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 - 128|}{\sqrt{2304}} \approx 2{,}67\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0