Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Ein frisch aufgegossener Tee steht in einem Raum mit 20 °C. Seine Temperatur in °C nach t Minuten beschreibt T(t) = 20 + 75 · e^(–0,08t). Tipp: Der Tee kühlt nie unter die Raumtemperatur ab – der Teil 75 · e^(…) wird nur immer kleiner. Eine negative Änderungsrate bedeutet: Die Temperatur sinkt.

1) Wie heiß ist der Tee am Anfang? (2 P.) _____

2) Wie warm ist der Tee nach 10 Minuten? (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Nach wie vielen Minuten ist der Tee auf 45 °C abgekühlt? (2 Stellen) (3 P.) _____

4) Berechne die Änderungsrate $T'(10)$ in °C pro Minute (2 Stellen). (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 492,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 2000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 492,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 492,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|6). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $T(0) = 20 + 75 \cdot e^{0} = 95\,^{\circ}\mathrm{C}$

2) $T(10) = 20 + 75 \cdot e^{-0,8} \approx 53,7\,^{\circ}\mathrm{C}$

3) $75 \cdot e^{-0,08t} = 25 \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\ln(75/25)}{0,08} \approx 13,73\,\mathrm{min}$

4) $T'(t) = -6 \cdot e^{-0,08t} \;\Rightarrow\; T'(10) \approx -2,7\,\dfrac{^{\circ}\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 492,5) = \Phi\left(\dfrac{492,5-500}{5}\right) = \Phi(-1,5) \approx 0,067$

2) $P(492,5 \le X \le 507,5) = 2\,\Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$

3) $2000 \cdot 0,0668 \approx 134$

4) $P(X \ge c) = 0,05 \;\Rightarrow\; \Phi\left(\dfrac{c-500}{5}\right) = 0,95 \;\Rightarrow\; \dfrac{c-500}{5} \approx 1,645 \;\Rightarrow\; c \approx 508,2\,\mathrm{ml}$

5) $\Phi\left(\dfrac{-7,5}{\sigma}\right) = 0,01 \;\Rightarrow\; \dfrac{7,5}{\sigma} \approx 2,326 \;\Rightarrow\; \sigma \approx 3,22\,\mathrm{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 6^2} = \sqrt{68} \approx 8,25\,\mathrm{m}$

2) $V = \dfrac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\,\mathrm{m}^3$

3) $\sin\alpha = \dfrac{6}{\sqrt{68}} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 46,69^{\circ}$

4) $M\left(\dfrac{8+4}{2} \mid \dfrac{0+4}{2} \mid \dfrac{0+6}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 3)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0