Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: f´(x) = 0 lösen und mit f´´ prüfen. Wendepunkt: f´´(x) = 0. Die Wendetangente hat die Steigung m = f´(x_W).

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 750 ml und der Standardabweichung sigma = 4 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 742 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 6 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 742 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 742 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Die Position eines Flugzeugs F1 nach t Minuten ist (0|0|3) + t · (12|4|3), die von Flugzeug F2 ist (38|-3|9) + t · (-5|2|0). Alle Angaben in km, die x3-Achse zeigt nach oben. Tipp: Die Länge des Richtungsvektors ist die Strecke pro Minute. Den kleinsten Abstand findest Du, indem Du den Abstand d(t) der beiden Positionen aufstellst und das Minimum von $d(t)^2$ suchst.

1) Geschwindigkeit von F_1 in km/h (2 P.) _____

2) Steigungswinkel von F_1 gegenüber dem Boden (2 Stellen) (2 P.) _____

3) Wo ist F_1 nach 3 Minuten? (2 P.) _____

4) Nach wie vielen Minuten sind sich die Flugzeuge am nächsten? (2 Stellen) (2 P.) _____

5) Wie groß ist dieser kleinste Abstand? (in km, 2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 0 \Rightarrow S_y(0 \mid 0)$

2) $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3(x+2)x = 0, \quad f''(-2) < 0,\ f''(0) > 0 \Rightarrow H(-2 \mid 4),\ T(0 \mid 0)$

3) $f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid 2)$

4) $m = f'(-1) = -3 \Rightarrow t(x) = -3x - 1$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $P(X < 742) = \Phi\left(\frac{742-750}{4}\right) = \Phi(-2) \approx 0{,}023$

2) $P(744 \le X \le 756) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $1000 \cdot 0{,}0228 \approx 23$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{4}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-750}{4} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 756{,}6\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-8}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{8}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}44\,\text{ml}$

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\vec{u}| = \sqrt{144 + 16 + 9} = 13\,\frac{\text{km}}{\text{min}} \Rightarrow 780\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

2) $\sin\alpha = \frac{3}{13} \Rightarrow \alpha \approx 13{,}34^\circ$

3) $(0|0|3) + 3 \cdot (12|4|3) = (36|12|12)$

4) $d(t)^2 = |(-38|3| - 6) + t \cdot (17|2|3)|^2$ minimal $\Rightarrow t = 2{,}18\,\text{min}$

5) $d(2{,}18) \approx 7{,}44\,\text{km}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0