Abitur: Anwendungsaufgaben

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 60 Minuten Punkte: _____ von 30 Note: ____

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$. Ihr Graph heißt G. Diese Aufgabe ist ohne Taschenrechner lösbar. Tipp: Extrempunkte: $f'(x) = 0$ lösen und mit f'' prüfen. Wendepunkt: $f''(x) = 0$. Die Wendetangente hat die Steigung $m = f'(x_W)$.

1) Schnittpunkt von G mit der y-Achse (1 P.) _____

2) Hoch- und Tiefpunkt von G (Schreibweise: H(…|…); T(…|…)) (4 P.) _____

3) Wendepunkt von G (2 P.) _____

4) Gleichung der Wendetangente (3 P.) _____

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 10 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: $p <= 0{,}1$ auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit $p = 0{,}1$ und suche das kleinste k, für das $P(X >= k)$ höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(6|0|0), C(6|6|0), D(0|6|0) und S(3|3|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante AS gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt M der Kante BS (2 P.) _____

Lösungen: Abitur: Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1: Analysis (10 P.)

1) $f(0) = 1 \Rightarrow S_y(0 \mid 1)$

2) $f'(x) = -3x^2 - 6x + 9 = -3(x+3)(x-1) = 0, \quad f''(1) < 0,\ f''(-3) > 0 \Rightarrow H(1 \mid 6),\ T(-3 \mid -26)$

3) $f''(x) = -6x - 6 = 0 \Rightarrow W(-1 \mid -10)$

4) $m = f'(-1) = 12 \Rightarrow t(x) = 12x + 2$

Aufgabe 2: Stochastik (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{9} \approx 3$

3) $P(X \geq 15) \approx 0{,}0726 > 0{,}05, \quad P(X \geq 16) \approx 0{,}0399 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{16, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 16) \approx 0{,}0399$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Aufgabe 3: Geometrie (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}83\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{34}} \Rightarrow \alpha \approx 43{,}31^\circ$

4) $M\left(\frac{6+3}{2} \mid \frac{0+3}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(4{,}5 \mid 1{,}5 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 14	ab 12	ab 10	ab 9	ab 6	ab 0