Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 58{,}4,\ s = 1{,}6,\ H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 33; 31; 41; 30; 40; 39. $H_0: \mu = 33$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 18,\ \bar{x} = 61{,}5,\ s = 1{,}5,\ t_{17;\,0{,}975} = 2{,}11$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 38 bzw. 37; Kurs B: 21 bzw. 39 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 4,\ c = 4,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 65; 58; 43; 61; 60; 53; Gruppe 2: 11; 26; 36; 50; 34. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 53; 72; 67; 48; 40; 78; 85; 46; 50; 66; nachher: 54; 61; 63; 40; 25; 68; 99; 33; 38; 64. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 58,\ R_2 = 33,\ R_3 = 45.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 8; 3; 22; 25; 9; y: 23; 12; 10; 45; 76; 30 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{58{,}4 - 60}{1{,}6/4} = -4;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 35{,}667,\ s \approx 4{,}885,\ t \approx 1{,}34;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}5}{\sqrt{18}} \approx 0{,}3536;\ 61{,}5 \pm 2{,}11 \cdot 0{,}3536:\ [60{,}75;\ 62{,}25]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{135 \cdot (38 \cdot 39 - 37 \cdot 21)^2}{75 \cdot 60 \cdot 59 \cdot 76} \approx 3{,}33 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{8}\binom{10}{4}}{\binom{22}{12}} = \frac{495 \cdot 210}{646646} \approx 0{,}1608$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 7; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 50;\ U_1 = 50 - 21 = 29,\ U_2 = 1;\ U = 1;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –1; 11; 4; 8; 15; 10; –14; 13; 12; 2; $W^+ = 45,\ W^- = 10;\ W = 10;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{58^2}{7} + \frac{33^2}{4} + \frac{45^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 0{,}08$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 2; 1; 5; 6; 3; y: 3; 2; 1; 5; 6; 4; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 2}{210} \approx 0{,}943$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0