Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 12; 10; 21; 16; 11; 13. H_0: μ = 19 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 30, $\bar{x}$ = 269, *s* = 14, H_0: μ = 255 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 11, $\bar{x}$ = 86,4, *s* = 1,2, $t_{10;\,0{,}975}$ = 2,228. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 39 bzw. 22; Jungen: 67 bzw. 11 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 6, *b* = 6, *c* = 4, *d* = 2. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 65; 39; 56; 43; Gruppe 2: 46; 49; 25; 29; 24; 41. *U* = min(U_1; U_2)? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 47; 45; 85; 79; 84; 69; 51; nachher: 38; 59; 77; 75; 79; 66; 40. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 17,\ R_2 = 31,\ R_3 = 72.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 37; 18; 33; 22; 25; 32; 27; y: 32; 84; 52; 81; 83; 31; 23 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 13{,}833;\ s \approx 4{,}07;\ t \approx -3{,}11;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{269-255}{14/\sqrt{30}} \approx 5{,}48;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}2}{\sqrt{11}} \approx 0{,}3618;\ 86{,}4 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}3618:\ [85{,}59;\ 87{,}21]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{139 \cdot (39 \cdot 11 - 22 \cdot 67)^2}{61 \cdot 78 \cdot 106 \cdot 33} \approx 9{,}12 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{12}{6}\binom{6}{4}}{\binom{18}{10}} = \dfrac{924 \cdot 15}{43758} \approx 0{,}3167$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 6; 9; 10; $R_1 = 29;\ U_1 = 29 - 10 = 19,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; –14; 8; 4; 5; 3; 11; $W^+ = 21,\ W^- = 7;\ W = 7;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{17^2}{4} + \dfrac{31^2}{4} + \dfrac{72^2}{7}\right) - 3 \cdot 16 \approx 4{,}65$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 1; 6; 2; 3; 5; 4; y: 3; 7; 4; 5; 6; 2; 1; $\sum d^2 = 92;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 92}{336} \approx -0{,}643$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0