Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 127{,}2,\ s = 3{,}7,\ H_0: \mu = 125$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 19; 23; 21; 27; 29. $H_0: \mu = 22$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 62{,}2,\ s = 7{,}9,\ t_{24;\,0{,}975} = 2{,}064$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 43 bzw. 67; Kurs B: 37 bzw. 29 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 0,\ c = 4,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 67; 64; 66; 47; 71; 54; Gruppe 2: 42; 28; 33; 21; 37. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 87; 87; 61; 77; 67; 87; nachher: 82; 77; 53; 73; 65; 98. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 78,\ R_2 = 63,\ R_3 = 30.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 11; 27; 17; 18; 25; 4; 2; y: 48; 63; 65; 58; 70; 27; 22 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{127{,}2 - 125}{3{,}7/4} \approx 2{,}38;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 23{,}8,\ s \approx 4{,}147,\ t \approx 0{,}97;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}9}{\sqrt{25}} \approx 1{,}58;\ 62{,}2 \pm 2{,}064 \cdot 1{,}58 :\ [58{,}94;\ 65{,}46]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{176 \cdot (43 \cdot 29 - 67 \cdot 37)^2}{110 \cdot 66 \cdot 80 \cdot 96} \approx 4{,}79 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{6}{6}\binom{5}{4}}{\binom{11}{10}} = \frac{1 \cdot 5}{11} \approx 0{,}4545$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 51;\ U_1 = 51 - 21 = 30,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 5; 10; 8; 4; 2; –11; $W^+ = 15,\ W^- = 6;\ W = 6;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{78^2}{7} + \frac{63^2}{7} + \frac{30^2}{4}\right) - 3 \cdot 19 \approx 1{,}29$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 7; 4; 5; 6; 2; 1; y: 3; 5; 6; 4; 7; 2; 1; $\sum d^2 = 10;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 10}{336} \approx 0{,}821$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0