Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 72; 70; 67; 75; 65; 73. H_0: μ = 68 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 40$, $\bar{x} = 106$, $s = 6{,}7$, H_0: μ = 100 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 7$, $\bar{x} = 41{,}6$, $s = 1{,}5$, $t_{6;\,0{,}975} = 2{,}447$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 45 bzw. 31; Jungen: 39 bzw. 15 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 29; 18; 17; 48; Gruppe 2: 44; 31; 28; 11; 10; 47. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 45; 66; 81; 57; 87; 77; 82; 44; nachher: 39; 68; 69; 50; 92; 69; 72; 43. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 26,\ R_2 = 73,\ R_3 = 111.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 17; 31; 7; 12; 38; y: 23; 49; 83; 47; 27; 88 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 70{,}333,\ s \approx 3{,}777,\ t \approx 1{,}51;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{106-100}{6{,}7/\sqrt{40}} \approx 5{,}66;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}5}{\sqrt{7}} \approx 0{,}5669;\ 41{,}6 \pm 2{,}447 \cdot 0{,}5669:\ [40{,}21;\ 42{,}99]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{130 \cdot (45 \cdot 15 - 31 \cdot 39)^2}{76 \cdot 54 \cdot 84 \cdot 46} \approx 2{,}34 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{6}\binom{1}{0}}{\binom{7}{6}} = \dfrac{1 \cdot 1}{7} \approx 0{,}1429$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 6; 10; $R_1 = 23;\ U_1 = 23 - 10 = 13,\ U_2 = 11;\ U = 11;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 6; –2; 12; 7; –5; 8; 10; 1; $W^+ = 31,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 20;\ H = \dfrac{12}{20 \cdot 21}\left(\dfrac{26^2}{6} + \dfrac{73^2}{7} + \dfrac{111^2}{7}\right) - 3 \cdot 21 \approx 12{,}26$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 4; 5; 2; 3; 6; y: 1; 4; 5; 3; 2; 6; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 2}{210} \approx 0{,}943$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0