Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 137{,}9,\ s = 8{,}8,\ H_0: \mu = 130$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 108{,}6,\ s = 8{,}6,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 58{,}8,\ s = 7{,}3,\ t_{8;\,0{,}975} = 2{,}306$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 35 bzw. 69; Nichtsportler: 50 bzw. 42 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 2,\ c = 0,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 23; 55; 21; 43; 28; Gruppe 2: 40; 32; 17; 41. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 64; 59; 77; 65; 45; 54; 52; 69; 85; 69; nachher: 55; 46; 69; 66; 42; 47; 64; 84; 74; 71. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 46,\ R_2 = 83,\ R_3 = 102.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 39; 3; 20; 27; 10; 12; 24; y: 10; 95; 52; 21; 57; 38; 34 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{137{,}9 - 130}{8{,}8/\sqrt{10}} \approx 2{,}84;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{108{,}6 - 100}{8{,}6/\sqrt{30}} \approx 5{,}48;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}3}{\sqrt{9}} \approx 2{,}4333;\ 58{,}8 \pm 2{,}306 \cdot 2{,}4333:\ [53{,}19;\ 64{,}41]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{196 \cdot (35 \cdot 42 - 69 \cdot 50)^2}{104 \cdot 92 \cdot 85 \cdot 111} \approx 8{,}51 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{6}\binom{4}{0}}{\binom{12}{6}} = \frac{28 \cdot 1}{924} \approx 0{,}0303$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 4; 8; 9; $R_1 = 26$; $U_1 = 26 - 15 = 11$, $U_2 = 9$; $U = 9$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 13; 8; –1; 3; 7; –12; –15; 11; –2; $W^+ = 34$, $W^- = 21$; $W = 21$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 21;\ H = \frac{12}{21 \cdot 22}\left(\frac{46^2}{7} + \frac{83^2}{7} + \frac{102^2}{7}\right) - 3 \cdot 22 \approx 6{,}02$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 1; 4; 6; 2; 3; 5; y: 1; 7; 5; 2; 6; 4; 3; $\sum d^2 = 110;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 110}{336} \approx -0{,}964$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0