Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 40,\ \bar{x} = 263{,}7,\ s = 21{,}8,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 82; 83; 74; 84; 84. $H_0: \mu = 79$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 28,\ \bar{x} = 65,\ s = 3,\ t_{27;\,0{,}975} = 2{,}052$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 10 bzw. 47; Placebo: 46 bzw. 15 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 4,\ c = 4,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 66; 36; 44; 68; 53; Gruppe 2: 25; 20; 35; 49. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 62; 44; 89; 83; 60; 79; 85; nachher: 50; 36; 103; 80; 55; 92; 79. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 25,\ R_2 = 62,\ R_3 = 84.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 27; 26; 35; 32; 30; 39; 10; y: 68; 78; 61; 33; 45; 65; 69 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{263{,}7 - 255}{21{,}8/\sqrt{40}} \approx 2{,}52;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 81{,}4,\ s \approx 4{,}219,\ t \approx 1{,}27;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3}{\sqrt{28}} \approx 0{,}5669;\ 65 \pm 2{,}052 \cdot 0{,}5669:\ [63{,}84;\ 66{,}16]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{118 \cdot (10 \cdot 15 - 47 \cdot 46)^2}{57 \cdot 61 \cdot 56 \cdot 62} \approx 39{,}57 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{11}{7}\binom{8}{4}}{\binom{19}{11}} = \dfrac{330 \cdot 70}{75582} \approx 0{,}3056$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 7; 8; 9; $R_1 = 33;\ U_1 = 33 - 15 = 18,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; 8; –14; 3; 5; –13; 6; $W^+ = 15,\ W^- = 13;\ W = 13;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{25^2}{5} + \dfrac{62^2}{7} + \dfrac{84^2}{6}\right) - 3 \cdot 19 \approx 7{,}92$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 2; 6; 5; 4; 7; 1; y: 5; 7; 3; 1; 2; 4; 6; $\sum d^2 = 92;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 92}{336} \approx -0{,}643$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0