Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 84; 81; 81; 87; 77; 88. H_0: μ = 85 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 12$, $\bar{x} = 18{,}3$, $s = 5{,}6$, H_0: μ = 20 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 14$, $\bar{x} = 43{,}9$, $s = 3{,}9$, $t_{13;\,0{,}975} = 2{,}16$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 63 bzw. 45; Placebo: 43 bzw. 26 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6$, $b = 0$, $c = 4$, $d = 7$. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 42; 48; 38; 54; 64; 46; Gruppe 2: 27; 47; 24; 11; 43; 36. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 40; 83; 88; 81; 52; 74; 71; 59; 41; 81; nachher: 31; 73; 74; 86; 49; 85; 78; 58; 37; 68. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 35,\ R_2 = 34,\ R_3 = 67$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 3; 26; 19; 27; 5; 15; 29; 11; y: 70; 62; 95; 81; 57; 26; 99; 12 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 83,\ s \approx 4{,}147,\ t \approx -1{,}18;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{18{,}3 - 20}{5{,}6/\sqrt{12}} \approx -1{,}05;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3{,}9}{\sqrt{14}} \approx 1{,}0423;\ 43{,}9 \pm 2{,}16 \cdot 1{,}0423:\ [41{,}65;\ 46{,}15]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{177 \cdot (63 \cdot 26 - 45 \cdot 43)^2}{108 \cdot 69 \cdot 106 \cdot 71} \approx 0{,}28 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{6}\binom{11}{4}}{\binom{17}{10}} = \dfrac{1 \cdot 330}{19448} \approx 0{,}017$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 8; 10; 11; 12; $R_1 = 52;\ U_1 = 52 - 21 = 31,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 10; 14; –5; 3; –11; –7; 1; 4; 13; $W^+ = 38,\ W^- = 17;\ W = 17;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{35^2}{6} + \dfrac{34^2}{4} + \dfrac{67^2}{6}\right) - 3 \cdot 17 \approx 3{,}76$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 6; 5; 7; 2; 4; 8; 3; y: 5; 4; 7; 6; 3; 2; 8; 1; $\sum d^2 = 34;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 34}{504} \approx 0{,}595$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0