Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 69; 69; 77; 73; 73. H_0: μ = 76 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 12$, $\bar{x} = 36{,}5$, $s = 10{,}8$, H_0: μ = 30 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 30$, $\bar{x} = 53{,}3$, $s = 7{,}6$, $t_{29;\,0{,}975} = 2{,}045$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 29 bzw. 16; Placebo: 36 bzw. 30 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4$, $b = 3$, $c = 3$, $d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 73; 52; 72; 40; 57; Gruppe 2: 22; 12; 35; 25. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 90; 55; 40; 86; 49; 82; 89; 46; nachher: 87; 46; 47; 90; 41; 88; 104; 44. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 35,\ R_2 = 54,\ R_3 = 31.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 35; 16; 36; 13; 21; y: 78; 33; 65; 10; 14 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 72{,}2,\ s \approx 3{,}347,\ t \approx -2{,}54;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{36{,}5 - 30}{10{,}8/\sqrt{12}} \approx 2{,}08;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{7{,}6}{\sqrt{30}} \approx 1{,}3876;\ 53{,}3 \pm 2{,}045 \cdot 1{,}3876 :\ [50{,}46;\ 56{,}14]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{111 \cdot (29 \cdot 30 - 16 \cdot 36)^2}{45 \cdot 66 \cdot 65 \cdot 46} \approx 1{,}08 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{4}\binom{9}{3}}{\binom{16}{7}} = \dfrac{35 \cdot 84}{11440} \approx 0{,}257$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 7; 8; 9; $R_1 = 35;\ U_1 = 35 - 15 = 20,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 3; 9; –7; –4; 8; –6; –15; 2; $W^+ = 16,\ W^- = 20;\ W = 16;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{35^2}{4} + \dfrac{54^2}{7} + \dfrac{31^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 0{,}15$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 2; 5; 1; 3; y: 5; 3; 4; 1; 2; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 4}{120} \approx 0{,}8$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0