Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 18{,}4,\ s = 3{,}3,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 40,\ \bar{x} = 505{,}2,\ s = 13,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 50{,}4,\ s = 1{,}2,\ t_{7;\,0{,}975} = 2{,}365$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 11 bzw. 8; Nichtsportler: 15 bzw. 55 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 6,\ c = 5,\ d = 4$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 53; 33; 56; 44; Gruppe 2: 38; 42; 26; 17; 22. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 46; 56; 78; 72; 70; 75; 52; 78; 80; 78; nachher: 34; 71; 75; 77; 69; 62; 43; 85; 84; 67. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 49,\ R_2 = 45,\ R_3 = 26.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 27; 3; 25; 31; 6; 28; y: 88; 10; 83; 98; 58; 68 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{18{,}4 - 20}{3{,}3/6} \approx -2{,}91;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{505{,}2 - 500}{13/\sqrt{40}} \approx 2{,}53;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}2}{\sqrt{8}} \approx 0{,}4243;\ 50{,}4 \pm 2{,}365 \cdot 0{,}4243 :\ [49{,}4;\ 51{,}4]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{89 \cdot (11 \cdot 55 - 8 \cdot 15)^2}{19 \cdot 70 \cdot 26 \cdot 63} \approx 9{,}61 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{6}\binom{9}{5}}{\binom{21}{11}} = \frac{924 \cdot 126}{352716} \approx 0{,}3301$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 7; 8; 9; $R_1 = 28$; $U_1 = 28 - 10 = 18$, $U_2 = 2$; $U = 2$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; –15; 3; –5; 1; 13; 9; –7; –4; 11; $W^+ = 33$, $W^- = 22$; $W = 22$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{49^2}{5} + \frac{45^2}{6} + \frac{26^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 1{,}34$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 3; 6; 2; 5; y: 5; 1; 4; 6; 2; 3; $\sum d^2 = 6;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 6}{210} \approx 0{,}829$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0