Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 40,\ \bar{x} = 69{,}6,\ s = 10{,}7,\ H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 9,\ \bar{x} = 27{,}8,\ s = 4{,}6,\ H_0: \mu = 25$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 24,\ \bar{x} = 59{,}9,\ s = 2{,}4,\ t_{23;\,0{,}975} = 2{,}069$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 43 bzw. 39; Nichtsportler: 39 bzw. 31 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 3,\ c = 0,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 36; 40; 47; 61; 31; Gruppe 2: 10; 35; 15; 20; 42; 23. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 73; 81; 42; 68; 61; 73; 63; 44; 53; 71; nachher: 66; 78; 33; 57; 53; 61; 48; 49; 49; 58. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 17,\ R_2 = 73,\ R_3 = 100.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 39; 8; 12; 2; 3; 10; y: 54; 20; 51; 19; 31; 28 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{69{,}6 - 60}{10{,}7/\sqrt{40}} \approx 5{,}67;\ t_{39;\,0{,}975} \approx 2{,}023 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{27{,}8 - 25}{4{,}6/3} \approx 1{,}83;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}4}{\sqrt{24}} \approx 0{,}4899;\ 59{,}9 \pm 2{,}069 \cdot 0{,}4899 :\ [58{,}89;\ 60{,}91]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{152 \cdot (43 \cdot 31 - 39 \cdot 39)^2}{82 \cdot 70 \cdot 82 \cdot 70} \approx 0{,}16 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{4}{1}\binom{6}{0}}{\binom{10}{1}} = \frac{4 \cdot 1}{10} \approx 0{,}4$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 7; 8; 10; 11; $R_1 = 41;\ U_1 = 41 - 15 = 26,\ U_2 = 4;\ U = 4;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 7; 3; 9; 11; 8; 12; 15; –5; 4; 13; $W^+ = 52,\ W^- = 3;\ W = 3;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \frac{12}{19 \cdot 20}\left(\frac{17^2}{5} + \frac{73^2}{7} + \frac{100^2}{7}\right) - 3 \cdot 20 \approx 10{,}98$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 3; 5; 1; 2; 4; y: 6; 2; 5; 1; 4; 3; $\sum d^2 = 6;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 6}{210} \approx 0{,}829$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0