Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 21{,}1,\ s = 5{,}4,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 56; 52; 51; 51; 55; 53. $H_0: \mu = 52$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 55{,}4,\ s = 2{,}5,\ t_{14;\,0{,}975} = 2{,}145$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 12 bzw. 13; Kurs B: 25 bzw. 42 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 2,\ c = 2,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 50; 71; 63; 67; 51; Gruppe 2: 10; 30; 32; 23; 34; 46. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 88; 51; 57; 76; 77; 69; nachher: 77; 43; 47; 67; 80; 68. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 6,\ n_3 = 7;\ R_1 = 16,\ R_2 = 67,\ R_3 = 70.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 8; 32; 18; 3; 34; 22; 20; y: 33; 83; 68; 62; 84; 74; 73 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{21{,}1 - 20}{5{,}4/\sqrt{8}} \approx 0{,}58;\ t_{7;\,0{,}975} \approx 2{,}365 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 53,\ s \approx 2{,}098,\ t \approx 1{,}17;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}5}{\sqrt{15}} \approx 0{,}6455;\ 55{,}4 \pm 2{,}145 \cdot 0{,}6455:\ [54{,}02;\ 56{,}78]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{92 \cdot (12 \cdot 42 - 13 \cdot 25)^2}{25 \cdot 67 \cdot 37 \cdot 55} \approx 0{,}86 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{8}\binom{7}{2}}{\binom{17}{10}} = \dfrac{45 \cdot 21}{19448} \approx 0{,}0486$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 7; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 45;\ U_1 = 45 - 15 = 30,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 11; 8; 10; 9; –3; 1; $W^+ = 19,\ W^- = 2;\ W = 2;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{16^2}{4} + \dfrac{67^2}{6} + \dfrac{70^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 5{,}3$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 6; 3; 1; 7; 5; 4; y: 1; 6; 3; 2; 7; 5; 4; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 2}{336} \approx 0{,}964$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0