Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 36,\ \bar{x} = 102{,}5,\ s = 5,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 36,\ \bar{x} = 22,\ s = 10,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 13,\ \bar{x} = 79{,}1,\ s = 6{,}7,\ t_{12;\,0{,}975} = 2{,}179$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 12 bzw. 57; Land: 45 bzw. 58 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 4,\ c = 5,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 23; 35; 33; 40; 47; 34; Gruppe 2: 48; 10; 12; 25; 30. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 41; 42; 89; 67; 42; 77; 65; 54; nachher: 31; 41; 96; 59; 29; 72; 74; 43. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7$, $n_2 = 5$, $n_3 = 7$; $R_1 = 83$, $R_2 = 46$, $R_3 = 61$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 6; 10; 28; 9; 2; 7; 17; 27; y: 98; 93; 44; 76; 95; 96; 71; 22 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{102{,}5 - 100}{5/6} = 3;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{22 - 30}{10/6} = -4{,}8;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{6{,}7}{\sqrt{13}} \approx 1{,}8582;\ 79{,}1 \pm 2{,}179 \cdot 1{,}8582 :\ [75{,}05;\ 83{,}15]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{172 \cdot (12 \cdot 58 - 57 \cdot 45)^2}{69 \cdot 103 \cdot 57 \cdot 115} \approx 12{,}9 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{8}\binom{10}{5}}{\binom{22}{13}} = \frac{495 \cdot 252}{497420} \approx 0{,}2508$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 43;\ U_1 = 43 - 21 = 22,\ U_2 = 8;\ U = 8;\ U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 1; –7; 8; 13; 5; –9; 11; $W^+ = 28,\ W^- = 8;\ W = 8;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \frac{12}{19 \cdot 20}\left(\frac{83^2}{7} + \frac{46^2}{5} + \frac{61^2}{7}\right) - 3 \cdot 20 \approx 1{,}23$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 5; 8; 4; 1; 3; 6; 7; y: 8; 5; 2; 4; 6; 7; 3; 1; $\sum d^2 = 158;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 158}{504} \approx -0{,}881$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0