Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 94{,}6,\ s = 4{,}5,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 71; 77; 83; 73; 74; 72. $H_0: \mu = 80$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 7,\ \bar{x} = 80{,}3,\ s = 5{,}9,\ t_{6;\,0{,}975} = 2{,}447$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 64 bzw. 19; Placebo: 30 bzw. 34 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 3,\ c = 6,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 52; 43; 20; 40; 38; 53; Gruppe 2: 19; 34; 47; 32; 37; 48. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 87; 49; 71; 48; 41; 69; nachher: 83; 38; 58; 62; 26; 78. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4;\ R_1 = 16,\ R_2 = 29,\ R_3 = 46$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 34; 38; 30; 21; 3; 29; 23; 13; y: 32; 27; 51; 70; 72; 57; 53; 86 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{94{,}6 - 100}{4{,}5/\sqrt{30}} \approx -6{,}57;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} = 75,\ s \approx 4{,}427,\ t \approx -2{,}77;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{5{,}9}{\sqrt{7}} \approx 2{,}23;\ 80{,}3 \pm 2{,}447 \cdot 2{,}23:\ [74{,}84;\ 85{,}76]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{147 \cdot (64 \cdot 34 - 19 \cdot 30)^2}{83 \cdot 64 \cdot 94 \cdot 53} \approx 14{,}33 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{3}\binom{8}{6}}{\binom{14}{9}} = \dfrac{20 \cdot 28}{2002} \approx 0{,}2797$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 6; 7; 8; 11; 12; $R_1 = 46;\ U_1 = 46 - 21 = 25,\ U_2 = 11;\ U = 11;\ U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; 11; 13; –14; 15; –9; $W^+ = 14,\ W^- = 7;\ W = 7;\ W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 13;\ H = \dfrac{12}{13 \cdot 14}\left(\dfrac{16^2}{5} + \dfrac{29^2}{4} + \dfrac{46^2}{4}\right) - 3 \cdot 14 \approx 10{,}12$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 8; 6; 3; 1; 5; 4; 2; y: 2; 1; 3; 6; 7; 5; 4; 8; $\sum d^2 = 164;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 164}{504} \approx -0{,}952$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0