Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 111{,}6,\ s = 6{,}6,\ H_0: \mu = 105$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 504{,}6,\ s = 10{,}8,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 24,\ \bar{x} = 81{,}2,\ s = 4{,}6,\ t_{23;\,0{,}975} = 2{,}069$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 62 bzw. 37; Nichtsportler: 44 bzw. 9 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 4,\ c = 3,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 54; 63; 61; 53; 49; Gruppe 2: 39; 31; 33; 27. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 73; 45; 85; 74; 53; 59; 62; nachher: 65; 44; 71; 65; 41; 52; 49. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 5,\ n_3 = 6;\ R_1 = 28,\ R_2 = 44,\ R_3 = 81.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 17; 7; 19; 14; 32; 30; 12; y: 42; 24; 44; 36; 52; 76; 18 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{111{,}6 - 105}{6{,}6/\sqrt{15}} \approx 3{,}87;\ t_{14;\,0{,}975} \approx 2{,}145 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{504{,}6 - 510}{10{,}8/\sqrt{30}} \approx -2{,}74;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{4{,}6}{\sqrt{24}} \approx 0{,}939;\ 81{,}2 \pm 2{,}069 \cdot 0{,}939 :\ [79{,}26;\ 83{,}14]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{152 \cdot (62 \cdot 9 - 37 \cdot 44)^2}{99 \cdot 53 \cdot 106 \cdot 46} \approx 6{,}8 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{11}{7}\binom{9}{3}}{\binom{20}{10}} = \dfrac{330 \cdot 84}{184756} \approx 0{,}15$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 45$; $U_1 = 45 - 21 = 24$, $U_2 = 0$; $U = 0$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 8; 1; 14; 9; 12; 7; 13; $W^+ = 28$, $W^- = 0$; $W = 0$; $W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{28^2}{6} + \dfrac{44^2}{5} + \dfrac{81^2}{6}\right) - 3 \cdot 18 \approx 9{,}19$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 5; 3; 7; 6; 2; y: 4; 2; 5; 3; 6; 7; 1; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 4}{336} \approx 0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0