Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 103{,}3,\ s = 5{,}6,\ H_0: \mu = 105$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 20,\ \bar{x} = 23{,}6,\ s = 9,\ H_0: \mu = 20$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 21,\ \bar{x} = 27{,}5,\ s = 5,\ t_{20;\,0{,}975} = 2{,}086$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 43 bzw. 67; Nichtsportler: 33 bzw. 63 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 2,\ c = 6,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 54; 25; 28; 47; Gruppe 2: 18; 23; 32; 30; 43. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 82; 88; 84; 57; 51; 71; 66; 54; 76; nachher: 84; 100; 75; 56; 62; 61; 63; 47; 70. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 7;\ R_1 = 44,\ R_2 = 39,\ R_3 = 88.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 31; 16; 8; 33; 14; 34; 36; y: 28; 63; 58; 31; 48; 51; 70; 81 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{103{,}3 - 105}{5{,}6/\sqrt{12}} \approx -1{,}05;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{23{,}6 - 20}{9/\sqrt{20}} \approx 1{,}79;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5}{\sqrt{21}} \approx 1{,}0911;\ 27{,}5 \pm 2{,}086 \cdot 1{,}0911 :\ [25{,}22;\ 29{,}78]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{206 \cdot (43 \cdot 63 - 67 \cdot 33)^2}{110 \cdot 96 \cdot 76 \cdot 130} \approx 0{,}49 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{3}{1}\binom{11}{6}}{\binom{14}{7}} = \frac{3 \cdot 462}{3432} \approx 0{,}4038$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 8; 9; $R_1 = 24$; $U_1 = 24 - 10 = 14$, $U_2 = 6$; $U = 6$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –2; –12; 9; 1; –11; 10; 3; 7; 6; $W^+ = 26$, $W^- = 19$; $W = 19$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{44^2}{7} + \frac{39^2}{4} + \frac{88^2}{7}\right) - 3 \cdot 19 \approx 4{,}86$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 4; 2; 6; 3; 7; 8; y: 1; 6; 5; 2; 3; 4; 7; 8; $\sum d^2 = 12;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 12}{504} \approx 0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0