Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 509{,}1,\ s = 4{,}4,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 130,\ s = 6{,}2,\ H_0: \mu = 125$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 14,\ \bar{x} = 54{,}1,\ s = 7{,}5,\ t_{13;\,0{,}975} = 2{,}16$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 8 bzw. 65; Land: 38 bzw. 12 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 1,\ c = 1,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 29; 59; 43; 37; 32; Gruppe 2: 44; 47; 41; 33; 50. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 84; 82; 50; 87; 62; 57; nachher: 83; 73; 43; 75; 70; 47. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 15,\ R_2 = 64,\ R_3 = 74.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 5; 28; 25; 24; 12; y: 21; 74; 70; 56; 54 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{509{,}1 - 510}{4{,}4/\sqrt{12}} \approx -0{,}71;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{130 - 125}{6{,}2/\sqrt{30}} \approx 4{,}42;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{7{,}5}{\sqrt{14}} \approx 2{,}0045;\ 54{,}1 \pm 2{,}16 \cdot 2{,}0045:\ [49{,}77;\ 58{,}43]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{123 \cdot (8 \cdot 12 - 65 \cdot 38)^2}{73 \cdot 50 \cdot 46 \cdot 77} \approx 53{,}62 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{5}{4}\binom{6}{1}}{\binom{11}{5}} = \dfrac{5 \cdot 6}{462} \approx 0{,}0649$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 4; 6; 9; 11; $R_1 = 33$; $U_1 = 33 - 21 = 12$, $U_2 = 18$; $U = 12$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 1; 9; 7; 12; –8; 10; $W^+ = 18$, $W^- = 3$; $W = 3$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{15^2}{4} + \dfrac{64^2}{7} + \dfrac{74^2}{6}\right) - 3 \cdot 18 \approx 6{,}94$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 4; 3; 2; y: 1; 5; 4; 3; 2; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 0}{120} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0